Άσκηση

Δύο οδοντωτοί μηνίσκοι (τμήματα οδοντωτού τροχού) ευθείας οδόντωσης κανονικής εξειλιγμένης (α_0=20^0) βρίσκονται σε συνεργασία. Μετά από ένα χρονικό διάστημα λειτουργίας, λόγω φθοράς των εδράσεων αυξάνεται η απόσταση των αξόνων περιστροφής τους κατά 3% σε σχέση με την ονομαστική. Να βρεθεί η ποσοστιαία αύξηση της καταπόνησης σε κάμψη των οδόντων. Δίνονται:z_1=20 ,z_2=40 .

Λύση:

Η μεταφερόμενη ροπή είναι:

$$M_{t1} = P_N \cdot r_{g1}$$

Συνεπώς , αφού μετά τη μετατόπιση των αξόνων η μεταφερόμενη ροπή παραμένει σταθερή, θα παραμένει σταθερή και η P_N.

Για τους δύο μηνίσκους πριν τη μετατόπιση των αξόνων υπολογίζονται τα βασικά μεγέθη των τροχών συναρτήσει του module:

$$r_{01} = \frac{z_1 m}{2} = 10m$$

$$r_{02} = \frac{z_2 m}{2} = 20m$$

Η αρχική αξονική τους απόσταση είναι : $\alpha_{12} = r_{01} + r_{02} = 30m$

$$r_{g1} = r_{01} cos a_0 = 9.397m$$

$$r_{g2} = r_{02} cos a_0 = 18.794m$$

$$r_{k1} = r_{01} + 1 \cdot m = 11m$$

$$r_{k2} = r_{02} + 1 \cdot m = 21m$$

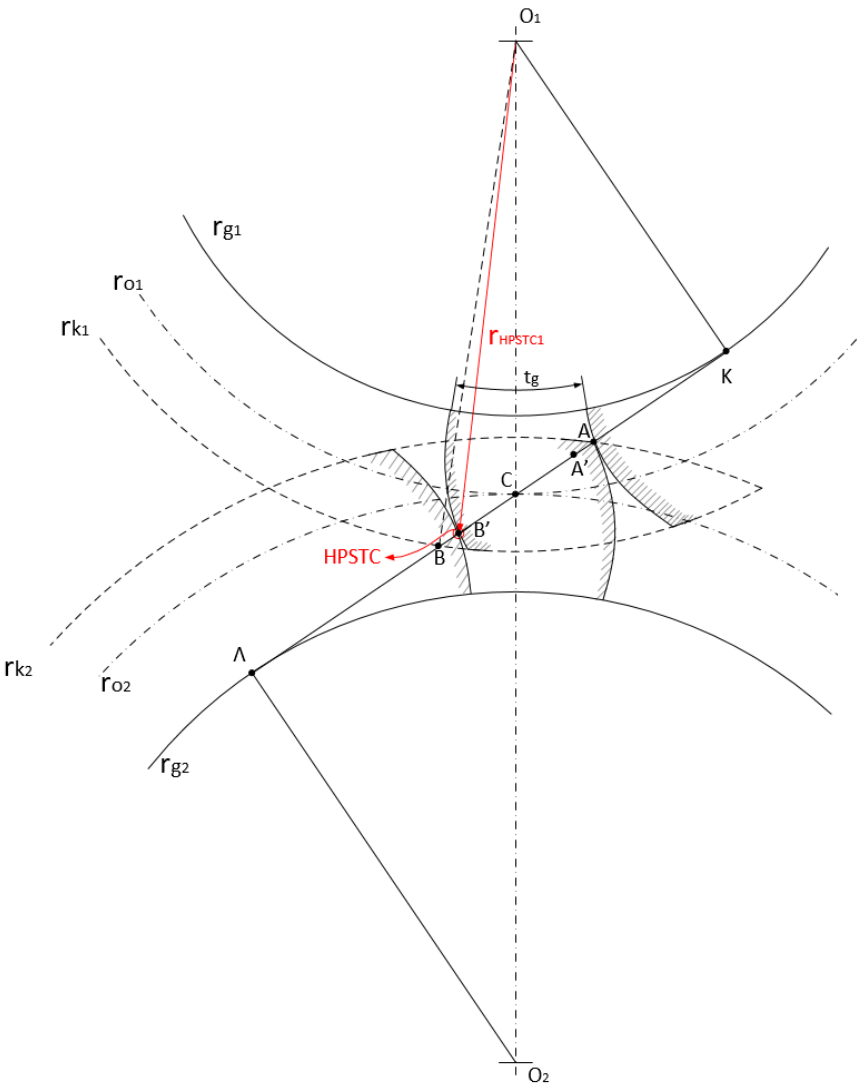
Η απόσταση των αξόνων μετά τη μετατόπιση είναι:

$$\alpha'_{12} = 1.03\alpha_{12} = 30.9m$$

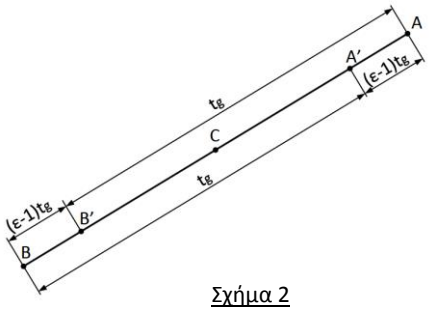
Για τους νέους κύκλους κύλισης ισχύει:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = i_{12} = \frac{z_2}{z_1} \\ r_{b1} + r_{b2} = \alpha'_{12} \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{l} r_{b1} = \frac{z_1}{z_1 + z_2}\alpha'_{12} = \frac{1}{3}\alpha'_{12} = 10.3m \\ r_{b2} = \frac{z_2}{z_1 + z_2}\alpha'_{12} = \frac{2}{3}\alpha'_{12} = 20.6m \end{array}$$

Στη συνέχεια πρέπει να υπολογιστεί η θέση του ανώτερου σημείου απλής επαφής (HPSTC), στο οποίο εντοπίζεται η μέγιστη καταπόνηση σε κάμψη. Για τον υπολογισμό του HPSTC απαιτείται πρώτα ο υπολογισμός του βαθμού επικάλυψης.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Πριν τη μετατόπιση :

Τμήμα επαφών: $AB = \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - \sqrt{r_{01}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{02}^2 - r_{g2}^2} = 2.298m + 2.529m = 4.287m$

$t_g = t_0 cosa_0 = \pi m cosa_0 = 2.952m$

$\varepsilon = \dfrac{AB}{t_g} = 1.635$

Όπως φαίνεται στο σχήμα 1, στο τμήμα ΑΑ' και ΒΒ' της τροχιάς επαφών συνεργάζονται ταυτόχρονα δύο ζεύγη οδόντων (διπλή επαφή), ενώ στο Α'Β' μόνο ένα (απλή επαφή). Ισχύει:

$AB = \varepsilon t_g$ και $AB' = t_g$

Συνεπώς: $BB' = AB - AB' = (\varepsilon - 1)t_g = 1.874m$

Από το τρίγωνο O_1ΚΒ' προκύπτει:

$$r_{HPSTC1} = \sqrt{KB'^2 + r_{g1}^2}$$

$$\left.\begin{aligned} KB' = KB - BB' = KB - (\varepsilon - 1)t_g \\ KB = \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} = 5.718m \end{aligned}\right\} \Longrightarrow KB' = 3.844m$$

Οπότε:

$$r_{HPSTC1} = \sqrt{KB'^2 + r_{g1}^2} = 10.136m$$

Μετά τη μετατόπιση:

$$AB' = \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - \sqrt{r_{b1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} - \sqrt{r_{b2}^2 - r_{g2}^2} = 1.5m + 0.935m = 2.435m$$

$$\varepsilon' = \frac{AB'}{t_g} = 0.825$$

Κατά μήκος όλης της τροχιάς επαφών πραγματοποιείται ταυτόχρονη συνεργασία ενός μόνο ζεύγους οδόντων (απλή επαφή) διότι $\varepsilon' < 1$,οπότε:

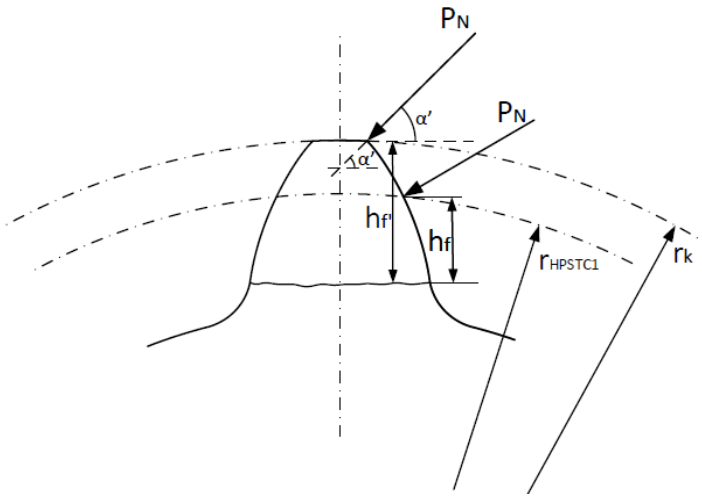
$$r'_{HPSTC1} = r_{k1} = 11m$$

Υπολογισμός καταπόνησης:

Η μέγιστη καταπόνηση λόγω κάμψης και στις δύο περιπτώσεις είναι:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{P_N cosa' h_f}{W_b}$$

Όπου h_f η κατακόρυφη απόσταση της επικίνδυνης διατομής από το σημείο εφαρμογής της P_N και a' η γωνία που σχηματίζει η P_N με την κάθετη στον άξονα συμμετρίας του οδόντα (βλ. σχήμα 3).



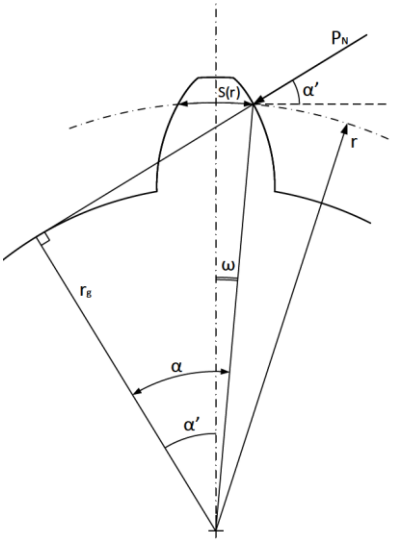
Σχήμα 3

Θεωρώντας ως επικίνδυνη διατομή, αυτή του ποδός του οδόντα προκύπτει:

$h_f = r_{HPSTC1} - r_{f1} = r_{HPSTC1} - (r_{01} - 1.25m) = 10.136m - 8.75m = 1.386m$

$h'_f = r_{k1} - r_{f1} = 2.25m$

Υπολογισμός γωνίας a' (βλ. σχήμα 4):



Σχήμα 4

$\alpha' = \alpha - \omega$

Όπου: $\omega = \frac{S(r)}{2r}$ για $r = r_{HPSTC1}$

$\frac{S(r)}{r} = \frac{S_0}{r_0} + 2(\varphi_0 - \varphi(r))$

$S_0 = 0.5t_0$

$\varphi = inv(a) = tana - a$

$\alpha = \text{acos}(\frac{r_g}{r})$

Συνεπώς, ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία και για τις δύο περιπτώσεις υπολογίζονται :

Πριν τη μετατόπιση:

$a = a(r_{HPSTC1}) = 22.015°$

$\varphi = \varphi(r_{HPSTC1}) = 1.151°$

$S(r_{HPSTC1}) = 1.487m$

$\alpha' = \alpha'(r_{HPSTC1}) = 17.813°$

Μετά τη μετατόπιση:

$\alpha = \alpha(r_k) = 31.321°$

$\varphi = \varphi(r_k) = 3.544°$

$S(r_k) = 0.695m$

$\alpha' = \alpha'(r_k) = 29.512°$

Τελικά, η μεταβολή στην καμπτική καταπόνηση είναι:

$$\frac{\sigma'_b - \sigma_b}{\sigma_b} = \frac{\sigma'_b}{\sigma_b} - 1 = \frac{cos29.512° \cdot h'_f}{cos17.813° \cdot h_f} - 1 = \frac{cos29.512° \cdot 2.25m}{cos17.813° \cdot 1.386m} - 1 = 0.4839 = 48.39\%$$