



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

Μάθημα: Στοιχεία Μηχανών II
Εξάμηνο 4^ο

Οδοντώσεις: Βαθμός επικάλυψης και
υποκοπές λειτουργίας

Νικόλαος Ρόγκας

Διπλ. Μηχανολόγος Μηχανικός
Υ.Δ. Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών

nrogkas@mail.ntua.gr

Ορισμός β.ε. (1/5)

μήκος επαφών: μήκος τόξου του αρχικού κύκλου το οποίο διατρέχει η εργαζόμενη πλευρά του οδόντος ενός οδοντωτού τροχού από το πρώτο μέχρι και το τελευταίο σημείο επαφής της με τη συνεργαζόμενη πλευρά του οδόντος του άλλου τροχού.

Συνεργαζόμενες κατατομές: M1-N2

Όταν ο τροχός 1 στραφεί κατά θ_1 τότε το σημείο F θα συμπίψει με το σημείο C, το σημείο 1' θα συμπίψει με το σημείο 1 και το σημείο 1 θα συμπίψει με το σημείο 1''.

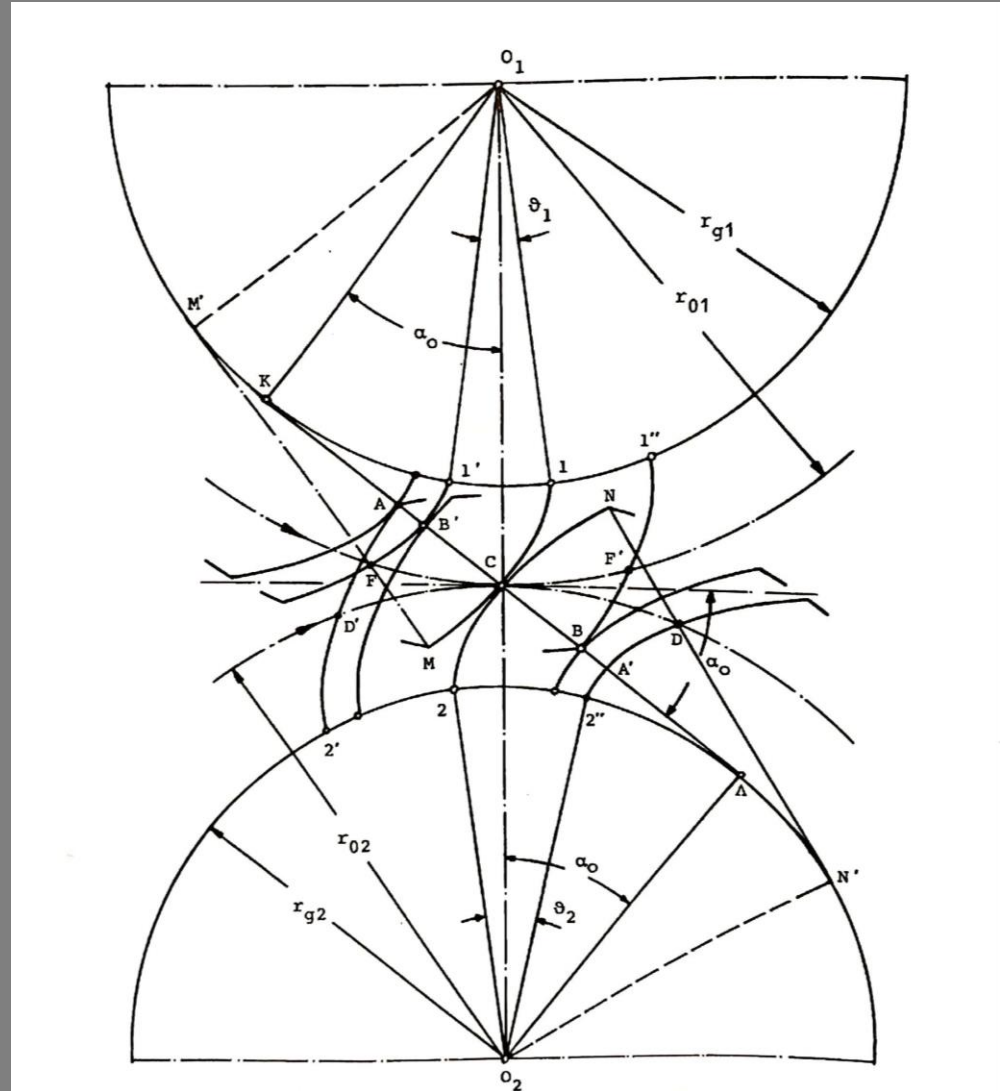
Ισχύουν οι σχέσεις:

$$\theta_1 = \widehat{FO_1C} = \widehat{1'O_11} = \widehat{1O_11''}$$

$$\overline{FM} = \widehat{1'1} = r_{g1}\theta_1 = r_{o1}\cos\alpha_o\theta_1$$

$$\widehat{FC} = \widehat{CF'} = r_{o1}\theta_1$$

$$\rightarrow \overline{FM} = \widehat{FC} \cos\alpha_o$$



Ορισμός β.ε. (2/5)

Όταν το σημείο M έρθει στη θέση B, τότε η ακτίνα καμπυλότητας MM' θα συμπέσει με την τροχιά επαφών και θα λάβει τη θέση BK.

Το σημείο A', B' είναι τα συμμετρικά των σημείων A, B ως προς το σημείο C.

Από την ισότητα των τετραπλεύρων MM'O₁I και BKO₁I' θα ισχύουν:

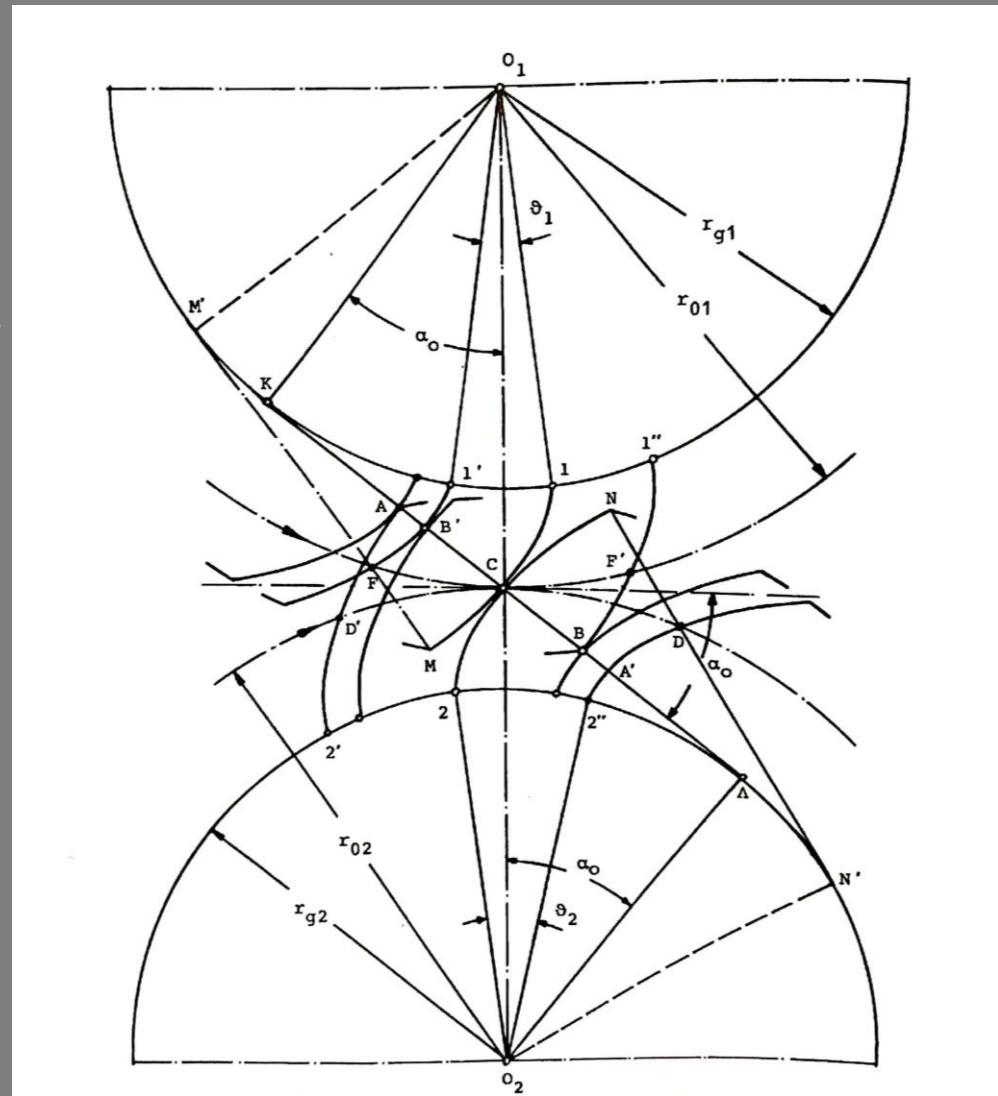
$$\overline{BC} = \overline{MF} = \widehat{CF'} \cos \alpha_o$$

$$\overline{ND} = \overline{AC} = \overline{CA'}$$

$$\theta_2 = \widehat{CO_2D} = \widehat{2O_22''}$$

$$\overline{ND} = \widehat{22''} = r_{g2} \theta_2 = r_{g2} \cos \alpha_o \theta_2$$

$$\widehat{CD} = r_{o2} \theta_2$$



Επειδή πραγματοποιείται κύλιση χωρίς ολίσθηση των αρχικών κύκλων θα πρέπει τα επιμέρους τόξα των αρχικών κύκλων προ και μετά το αρχικό σημείο C να είναι ίσα. Το μήκος επαφών e_o είναι το τόξο D'CF' έτσι ώστε:

$$e_o = \widehat{D'CF'} = \widehat{D'C} + \widehat{CF'} \quad \text{ή} \quad AB = e_o \cos \alpha_o$$

Ορισμός β.ε. (3/5)

Ως βαθμός επικάλυψης ή διάρκεια επαφής (ε) ορίζεται ο λόγος του μήκους επαφών (e) προς το βήμα του αρχικού κύκλου (t_o) :

$$\varepsilon = \frac{e_o}{t_o} = \frac{AB}{t_o \cos \alpha_o} = \frac{AB}{t_g}$$

t_g : βήμα οδόντωσης στο βασικό κύκλο

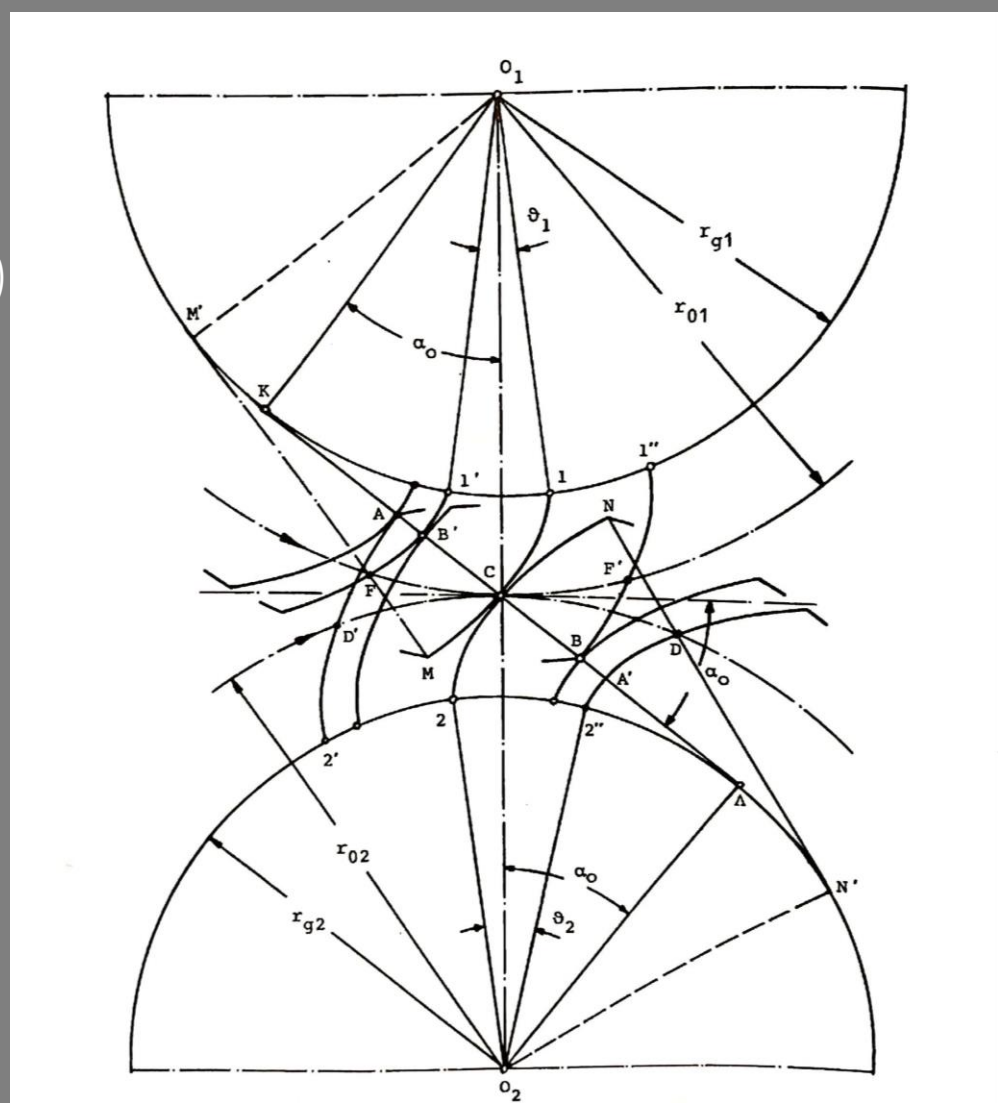
$$AB = BC + CA$$

$$BC = BK - CK$$

$$BK = (BO_1^2 - KO_1^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$BO_1 = r_{k1} = r_{o1} + h_{k1}$$

$$KO_1 = r_{g1} = r_{o1} \cos \alpha_o$$



Ορισμός β.ε. (4/5)

Για τυποποιημένες οδοντώσεις ισχύει:

$$h_{k1} = h_{k2} = h_k = 1,0 \cdot m$$

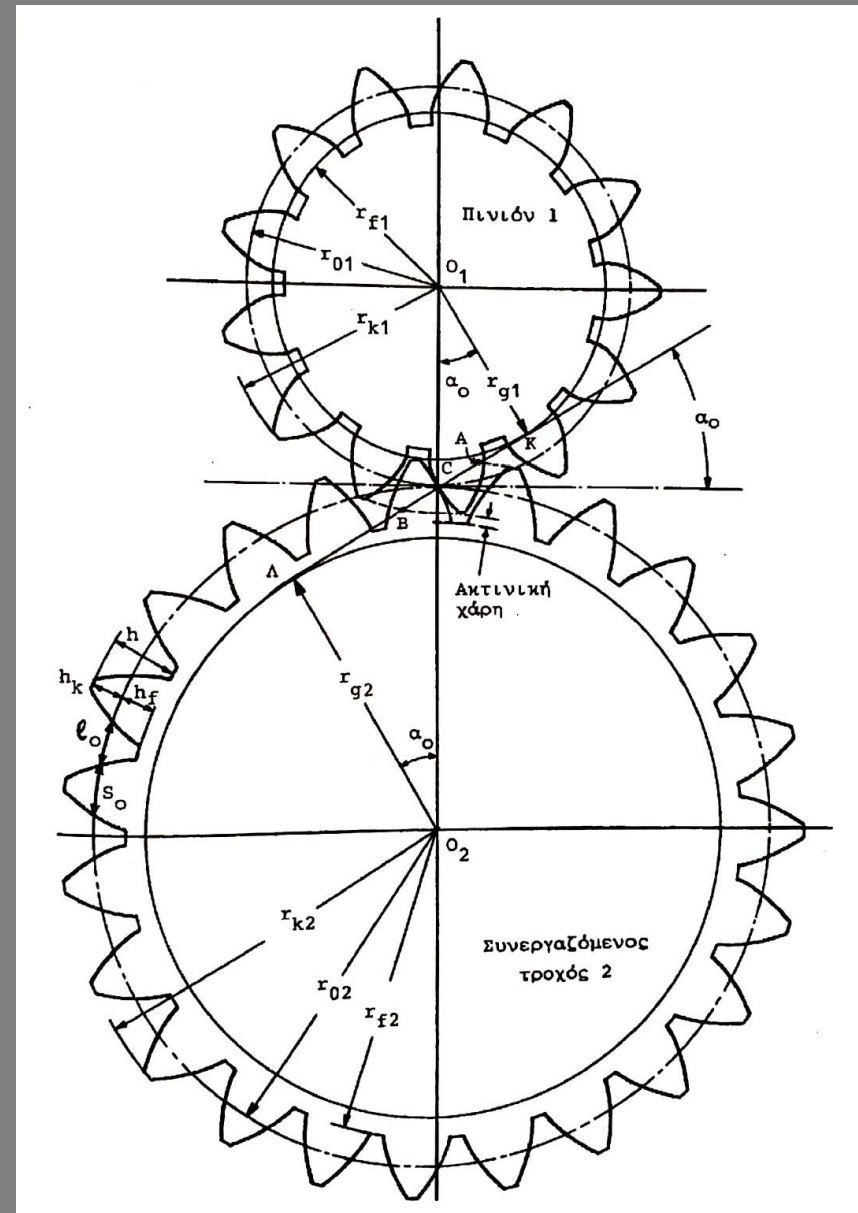
Επομένως:

$$BC = [(r_{o1} + m)^2 - r_{o1}^2 \cos^2 a_o]^{1/2} - r_{o1} \sin a_o$$

$$CA = [(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 \cos^2 a_o]^{1/2} - r_{o2} \sin a_o$$

$$AB = BC + CA$$

$$\varepsilon = \frac{AB}{t_g}$$



Ορισμός β.ε.

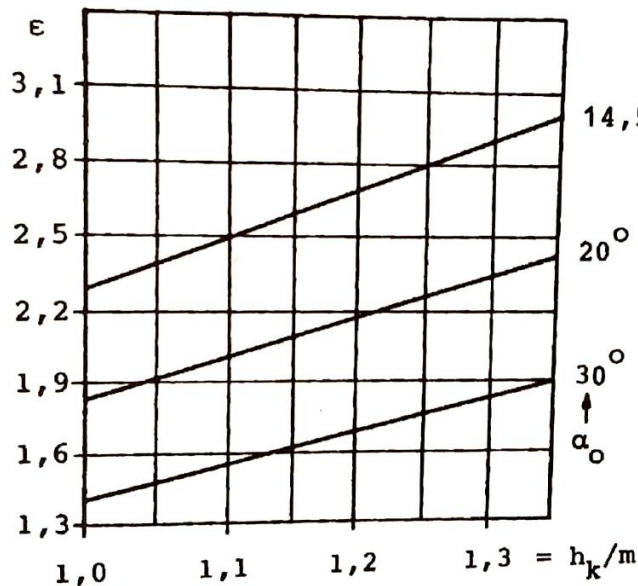
(5/5)

Ο βαθμός επικάλυψης σχετίζεται άμεσα με το μέσο αριθμό των συγχρόνως συνεργαζόμενων οδόντων ο οποίος μπορεί να αλλάξει κατά τη συνεργασία.

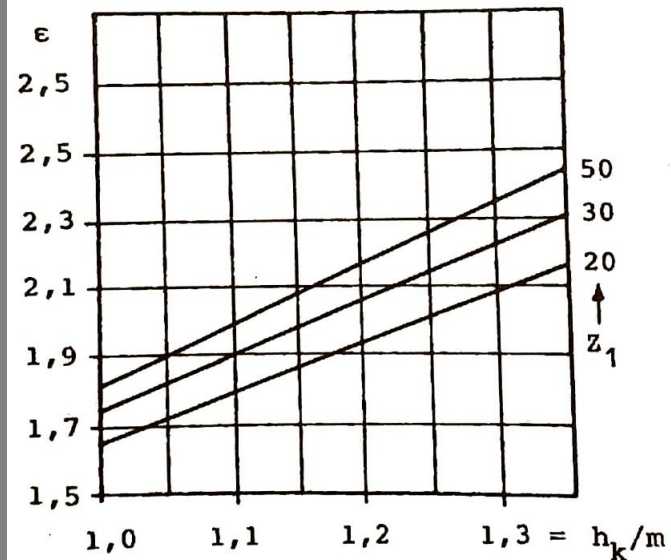
Το μήκος των επαφών δε θα πρέπει να είναι μικρότερο από το βήμα των τροχών στον αρχικό κύκλο. Αν ίσχυε αυτό τότε όταν μια κατατομή εγκαταλείπει τη συνεργασία στο σημείο Β, δε θα υπήρχε κατατομή διαθέσιμη στη θέση Α για να αρχίσει και να συνεχίσει τη συνεργασία των τροχών και έτσι αυτή θα σταματούσε. Συνεπώς θα πρέπει πάντα $\varepsilon \geq 1$.

h_k : νέο ύψος κεφαλής (τροποποιημένων οδοντώσεων)

μέχρι και 1,3 φορές το ύψος κεφαλής των τυποποιημένων οδοντώσεων (1,0 m)



$i_{12} = 3,1$
 $z_1 = 50.$



$i_{12} = 3,1$
 $\alpha_0 = 20^\circ$

Επίδραση γωνίας εξειλιγμένης

Επίδραση αριθμού οδόντων πινιόν

Μεγάλη χάρη κατατομών βαθμίδας (1/2)

Ζεύγος συνεργαζομένων τροχών με δεδομένη απόσταση αξόνων και δεδομένη σχέση μετάδοσης

Απόσταση (a_{12}) των κέντρων των τροχών O_1O_2

$$a_{12} = \frac{1}{2} d_{o1} (1 + i_{12})$$

a_{12}, i_{12} : δεδομένα άρα d_{o1} ορίζεται μονοσήμαντα. Όμως $d_{o1} = m z_1$ όπου το module (m) μπορεί να πάρει μόνο τυποποιημένες τιμές και ο αριθμός δοντιών (z_1) μόνο ακέραιες.

Επομένως συνήθως η υπολογισθείσα διάμετρος αρχικού κύκλου d_{o1} δε μπορεί να ικανοποιήσει τις δύο αυτές συνθήκες.

Έτσι υπολογίζεται το τροποποιημένο module (m') ως: $m' = \frac{d_{o1}}{z_1}$

Τελικά, ως module (m) της οδοντώσεως ορίζεται εκείνο το τυποποιημένο module που είναι η αμέσως μικρότερη τιμή από το υπολογισθέν module m' .

Έτσι οι κανονικοί τροχοί που προκύπτουν έχουν την απόσταση αξόνων a_{o12} :

$$a_{o12} = \frac{m z_1}{2} (1 + i_{12})$$

Μεγάλη χάρη κατατομών βαθμίδας (2/2)

Η απόσταση αξόνων a_{o12} είναι μικρότερη από τη δεδομένη a_{12} . Η διαφορά $a_{12}-a_{o12}$ παραλαμβάνεται μέσω της θετικής (προς τα έξω) μετατόπισης των οδόντων του κάθε τροχού.

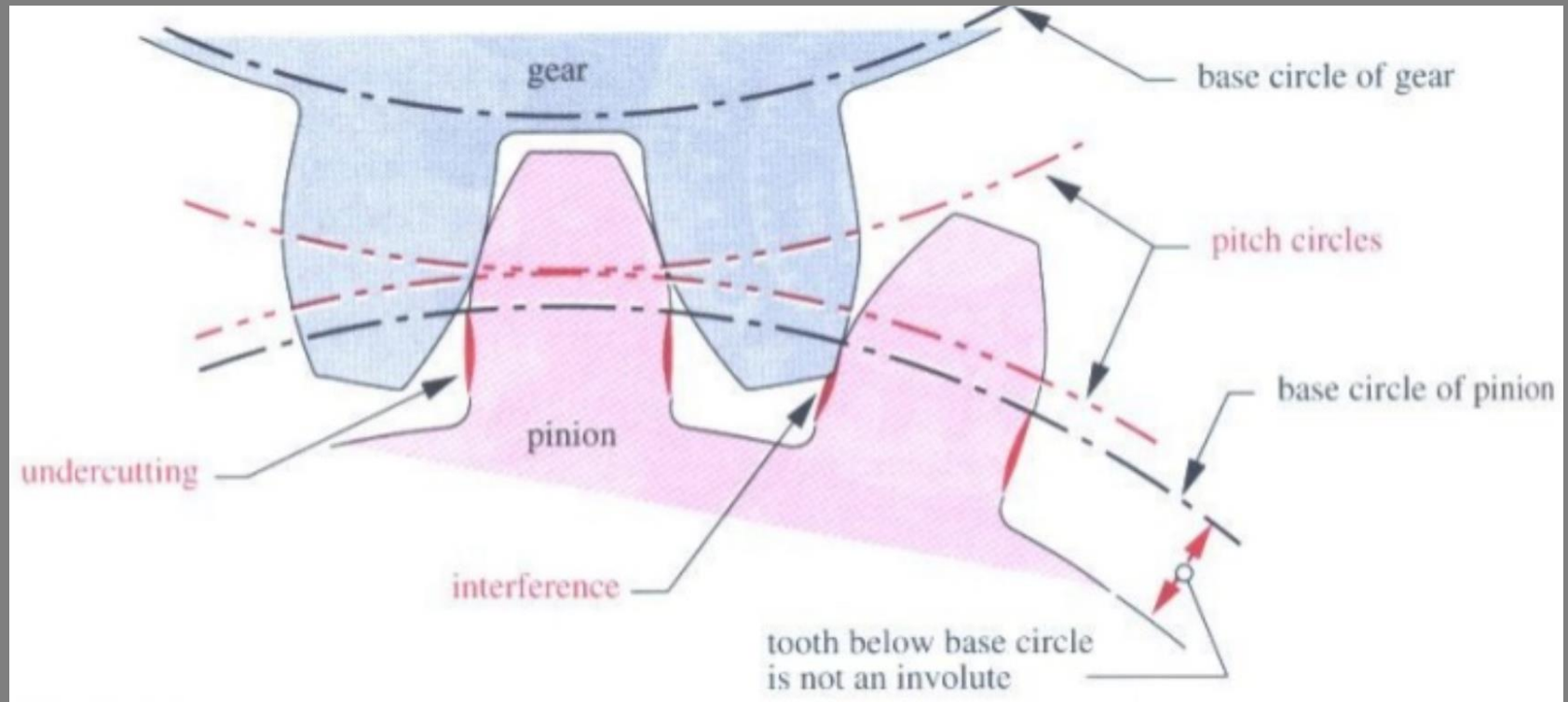
Εάν $m \cdot x_1, m \cdot x_2$ είναι οι μετατοπίσεις των τροχών 1, 2 αντίστοιχα, τότε η ολική μετατόπιση θα είναι $(x_1 + x_2) \cdot m$. Επομένως:

$$a_{12} - a_{o12} = (x_1 + x_2) \cdot m$$

Στους μετατοπισμένους τροχούς, η χάρη κατατομών είναι μεγαλύτερη συγκριτικά με τους κανονικούς τροχούς με αποτέλεσμα τη θορυβώδη λειτουργία της βαθμίδας.

Αυτό αντιμετωπίζεται με κοπή κεφαλών των μετατοπισμένων οδόντων.

Υποκοπές λειτουργίας (interference) (1/2)



Υποκοπές λειτουργίας (2/2)

Συνθήκη 1: Ο κύκλος κεφαλής του τροχού 1 πρέπει να έχει ακτίνα μικρότερη ή το πολύ ίση με την απόσταση των σημείων Λ και O_1 ούτως ώστε η κεφαλή του τροχού 1 να μη δημιουργεί υποκοπές στον πόδα του τροχού 2.

$$r_{k1} \leq \Lambda O_1 = (K\Lambda^2 + KO_1^2)^{1/2}$$

Συνθήκη 2: Ο κύκλος κεφαλής του τροχού 2 πρέπει να έχει ακτίνα κεφαλής μικρότερη ή το πολύ ίση με το μήκος KO_2 για να μη δημιουργεί υποκοπές στον πόδα του τροχού 1.

$$r_{k2} \leq KO_2 = (K\Lambda^2 + \Lambda O_2^2)^{1/2}$$

όπου:

$$\left. \begin{aligned} K\Lambda &= KC + C\Lambda = (r_{o1} + r_{o2})\sin a_o \\ KO_1 &= r_{g1} = r_{o1}\cos a_o \\ KO_2 &= r_{g2} = r_{o2}\cos a_o \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r_{k1} &\leq [(r_{o1} + r_{o2})^2 \sin^2 a_o + r_{o1}^2 \cos^2 a_o]^{1/2} \\ r_{k2} &\leq [(r_{o1} + r_{o2})^2 \sin^2 a_o + r_{o2}^2 \cos^2 a_o]^{1/2} \end{aligned}$$

Ικανές & αναγκαίες συνθήκες συνεργασίας

1. $\varepsilon \geq 1$ (Συνήθως $\varepsilon > 1.3$ για λόγους ομαλής μετάδοσης και παραλαβής φορτίων)
2. $z_1 \geq z_{min}$
3. $z_2 \geq z_{min}$
4. $r_{k1} \leq [(r_{o1} + r_{o2})^2 \sin^2 a_o + r_{o1}^2 \cos^2 a_o]^{1/2}$
5. $r_{k2} \leq [(r_{o1} + r_{o2})^2 \sin^2 a_o + r_{o2}^2 \cos^2 a_o]^{1/2}$