



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ & ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Έλεγχος Οδοντώσεων

01/06/2020

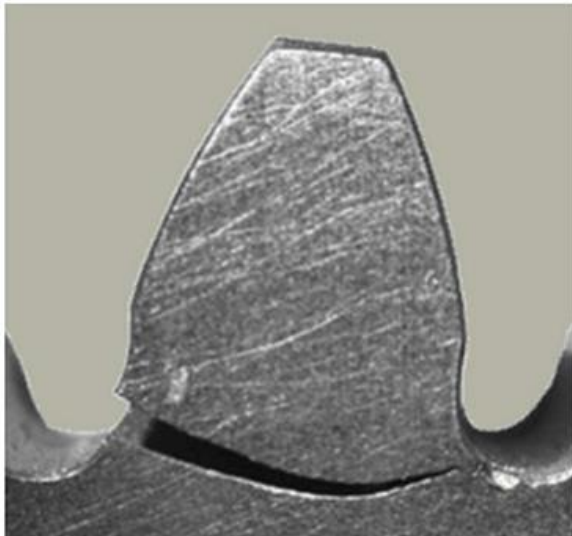
Γεώργιος Βασιλείου

Διπλ. Μηχανολόγος Μηχανικός ΕΜΠ

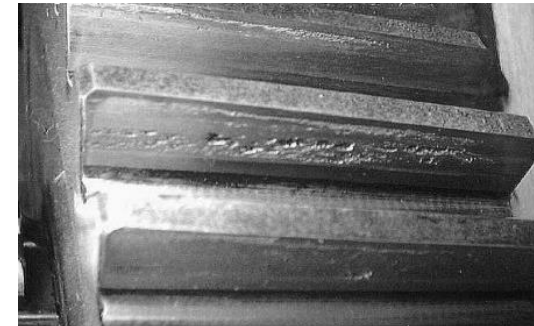
Επιστημονικός Συνεργάτης Εργ. Στοιχείων Μηχανών & Δυναμικής

ΑΣΤΟΧΙΕΣ ΟΔΟΝΤΩΣΕΩΝ

Η κόπωση λόγω κάμψης (Bending fatigue) είναι το αποτέλεσμα της κυκλικής καμπτικής καταπόνησης. Οι αναπτυσσόμενες τάσεις στον πόδα του οδοντωτού τροχού προκύπτουν από τον μεταβλητό – συναρτήσει του χρόνου – μοχλοβραχίονα του ασκούμενου φορτίου κατά τη διάρκεια της τροχιάς επαφών. Η δημιουργία ρωγμών μπορεί να προκύψει είτε ως προϊόν υπερφόρτισης είτε μέσω σημείων συγκέντρωσης τάσεων που προκύπτουν π.χ. από ατέλειες της κατεργασίας. Εν συνεχεία, υπάρχει διάδοση ρωγμών κατά την έννοια του πάχους του οδόντα και τελικά προκύπτει ψαθυρή θραύση όταν η ενεργή διατομή του πόδα μειωθεί στην κρίσιμη τιμή της. Σε περιπτώσεις μεγάλων οδοντωτών τροχών με ανάβαθες διαβαθμίσεις μείωσης του βάρους (στεφάνη – άνω μέρος της πλήμνης - gear rims) τότε η ρωγμή μπορεί να προχωρήσει και να διαδοθεί και κατά την ακτινική διεύθυνση και να φτάσει έως και την πλήμνη. Στην επιφάνεια της θραύσης, μπορεί κανείς να διακρίνει τα σημάδια της κόπωσης που αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως 'beach marks'.

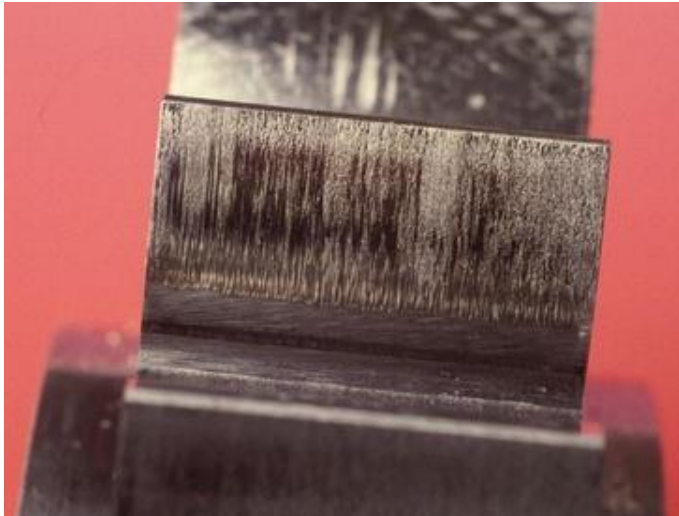


To Pitting (ή macropitting) αποτελεί αστοχία της επιφάνειας των κατατομών (παρειές) των οδοντωτών τροχών λόγω κυκλικής φόρτισης σε πίεση επιφάνειας (surface pressure) και διαδίδεται μέσω του φιλμ λιπαντικού όταν αυτό βρίσκεται εντός ή κοντά της περιοχής ελαστοϋδροδυναμικής λίπανσης (σύμφωνα με την καμπύλη Stribeck). Αποτελεί κοινή και συνήθη αιτία αστοχίας των οδοντωτών τροχών καθώς και άλλων στοιχείων μηχανών (έδρανα ολίσθησης, κάμες, κλπ) που δρουν υπό την επίδραση κύλισης ή ολίσθησης με πολύ υψηλά φορτία (πιέσεις επιφάνειας). Η συνήθης περιοχή εμφάνισης του pitting είναι μεταξύ της περιοχής του πόδα και του κύκλου κύλισης. Σε βαθμίδες μείωσης, το Pitting αναμένεται να αναπτυχθεί στο πινιόν λόγω της μεγαλύτερης συχνότητας εμπλοκής των οδόντων του. Το pitting εμφανίζει ρωγμές είτε στην επιφάνεια της κατατομής είτε στο υπόστρωμα, οι οποίες αναπτύσσονται με την αύξηση των κύκλων φόρτισης και καταλήγουν στην επιφάνεια αποσπώντας υλικό και δημιουργώντας κρατήρες βάθους ~100μm. Η αφαίρεση αυτή υλικού, προκαλεί μεταβολή της δυσκαμψίας του οδόντος και κατ' επέκταση θόρυβο και ταλαντώσεις. Σε περίπτωση σκληρυμένων χαλύβων, εμφανίζεται Pitting που μπορεί να εκφραστεί ως micropitting αν η σκλήρυνση είναι επιφανειακή (π.χ. εναζωτώσεις, ενανθρακώσεις κλπ) λόγω της μεταβλητής σκληρότητας μεταξύ της επιφάνειας του οδόντα και του υποστρώματος.

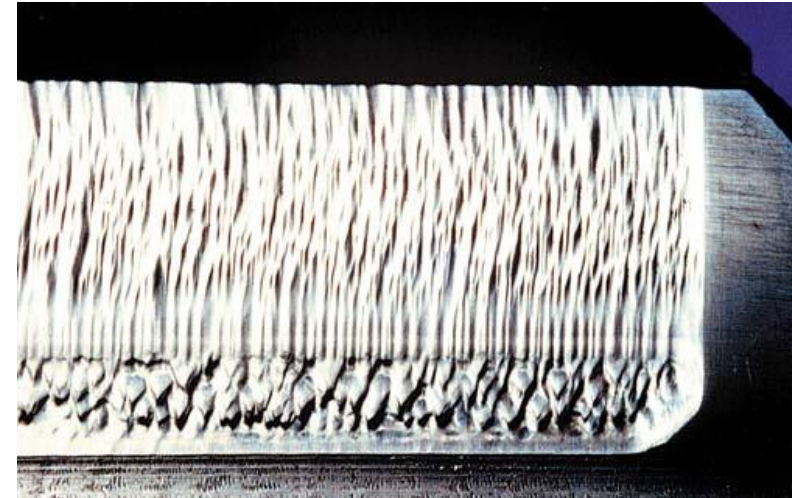


ΑΣΤΟΧΙΕΣ ΟΔΟΝΤΩΣΕΩΝ

To Scuffing, (αναφέρεται και ως "scoring" αν και τα διεθνή πρότυπα διαφωνούν) αποτελεί σοβαρή 'συγκολλητική' αστοχία μεταξύ κατατομών οδόντων που ολισθαίνουν. Συγκεκριμένα, δύναται μία μόνη υπερφόρτιση να οδηγήσει σε πλήρη καταστροφική αστοχία. Λόγω των υψηλών φορτίων και σε συνδυασμό με κακή λίπανση (μερική ή και απουσία λίπανσης) οι κατατομές των οδόντων συγκολλούνται τοπικά στη διεπιφάνεια μετάλλου – μετάλλου και αποκολλώνται τμήματα των οδόντων. Τα αποκολλόμενα τμήματα χαράζουν τις επιφάνειες των κατατομών κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας ολίσθησης. Οι επιφάνειες που είναι πιο πιθανό να εμφανιστεί scuffing είναι αυτές με υψηλά φορτία και ταχύτητες ολίσθησης. Γενικά την κύρια ευθύνη για την εμφάνιση scuffing φέρει η λίπανση, καθώς η ύπαρξη φιλμ λιπαντικού ανάμεσα στις κατατομές δεν επιτρέπει την επαφή μετάλλου – μετάλλου και προστατεύει τις οδοντώσεις από την ανάπτυξη scuffing. Λόγω της ύπαρξης μεταλλικών σωματιδίων στο λιπαντικό λόγω φθοράς, μερικές φορές είναι δύσκολος ο διαχωρισμός του scuffing από την συμβατική φθορά.



Η συμβατική φθορά (Wear) είναι η διαδικασία αποβολής υλικού από τις κατατομές των συνεργαζόμενων οδόντων με ή χωρίς την ύπαρξη μεταλλικών σωματιδίων στο λιπαντικό. Η αφαίρεση υλικού από σκληρυσμένες επιφάνειες προκαλεί σημαντική αύξηση του ρυθμού φθοράς (ο νόμος φθοράς ακολουθεί εκφράσεις παρόμοιες του νόμου του Archard). Εκτεταμένη φθορά σε τροχούς με ευθείς οδόντες προκαλεί 'μυτερές' κορυφές, μειώνεται ο βαθμός επικάλυψης και αντίστοιχα λεπταίνει η διατομή ποδός μειώνοντας την αντοχή της επικίνδυνης διατομής ποδός. Συνθήκες μεικτής ή ελλιπούς λίπανσης είναι πιθανότερο να προκαλέσουν φθορά στις συνεργαζόμενες κατατομές.



Έλεγχος σε κάμψη κατά AGMA

Σύμφωνα με το πρότυπο AGMA, η καμπτική τάση που αναπτύσσεται στη βάση (πόδα) του οδόντος είναι:

$$S = \frac{G_t}{Fm} \frac{K_a K_s K_m}{K_v J}$$

Όπου:

S = καμπτική τάση στη βάση του οδόντος (MPa)

G_t = εφαπτομενικό φορτίο στον αρχικό κύκλο (N)

m = module (mm)

K_a = συντελεστής εφαρμογής $\rightarrow$ (από πίνακες)

K_s = συντελεστής μεγέθους (για τροχούς με ευθείς οδόντες λαμβάνεται συνήθως ίσος με 1) $\rightarrow$ (από πίνακες)

K_m = συντελεστής κατανομής φορτίου $\rightarrow$ (από πίνακες)

K_v = δυναμικός συντελεστής $\rightarrow$ (από πίνακες)

J = γεωμετρικός συντελεστής $\rightarrow$ (από πίνακες)

F = πλάτος οδόντων (mm)

Ισχύς: $N [W] = M[Nm]\omega[rad/s]$

$$M = G_t \frac{D}{2} 10^{-3}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}, n[RPM]$$

$$D = Zm$$

$$N = \frac{\pi G_t m Z n}{60000}$$

$$G_t = \frac{60000N}{\pi m Z n}$$

$$\rightarrow \text{Ισχύς: } N = S \frac{\pi F m^2 Z n}{60000} \frac{K_v J}{K_a K_s K_m}$$

Η αναπτυσσόμενη τάση στον πόδα πρέπει να είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη ($S < S_{\text{επ}}$) και επομένως η επιτρεπόμενη ισχύς θα είναι:

$$N_{\text{επ}} = S_{\text{επ}} \frac{\pi F m^2 Z n}{60000} \frac{K_v J}{K_a K_s K_m}$$

Έλεγχος σε κάμψη κατά AGMA

Η επιτρεπόμενη τάση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{\varepsilon\pi} = S_{at} \frac{K_L}{K_T K_R}$$

Όπου:

$S_{\varepsilon\pi}$ = μέγιστη επιτρεπόμενη καμπτική τάση στη βάση του οδόντος (MPa)

S_{at} = όριο διαρροής υλικού (MPa)

K_L = συντελεστής διάρκειας ζωής → (από πίνακες)

K_R = συντελεστής ασφαλείας → (από πίνακες)

K_T = συντελεστής θερμοκρασίας. Για θερμοκρασία $T < 70^\circ\text{C}$ λαμβάνεται $K_T = 1$, ενώ για $70^\circ\text{C} < T < 150^\circ\text{C}$ λαμβάνεται $K_T = (492 + (9T/5)) / 620$

Τελικά για την μέγιστη διακινούμενη ισχύ λαμβάνεται:

$$N_{\varepsilon\pi} = S_{at} \frac{\pi F m^2 Z_n}{60000} \frac{K_v J K_L}{K_a K_s K_m K_T K_R}$$

Έλεγχος της κάμψης ποδός πραγματοποιείται και στους δύο συνεργαζόμενους οδόντες και λαμβάνεται η ελάχιστη από τις τιμές $N_{\varepsilon\pi,1}$ και $N_{\varepsilon\pi,2}$.

Βιβλιογραφία:

1. Θεόδωρος Ν. Κωστόπουλος, Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών, Κεφάλαιο 19
 2. Χρήστος Α. Παπαδόπουλος, Στοιχεία Μηχανών, Κεφάλαιο 18.12
- «Οι συντελεστές που παρουσιάστηκαν μπορεί να διαφέρουν στον τρόπο ορισμού τους στις 2 βιβλιογραφικές αναφορές παρά ταύτα είναι ισοδύναμες.»
 - «Σημειώνεται πως το φορτίο υπολογισμού λαμβάνεται στο υψηλότερο σημείο μονής επαφής (Highest Point of Single Tooth Contact - HPSTC)»

Έλεγχος σε πίεση επιφανείας κατά AGMA

Σύμφωνα με το πρότυπο AGMA, η πίεση που αναπτύσσεται στην περιοχή των κυλίνδρων πίεσης των κατατομών συνεργαζόμενων οδόντων δίδεται από τη σχέση:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{G_t C_o C_s C_m C_f}{C_v F I D_p}}$$

Όπου:

C_p = συντελεστής ελαστικότητας ($\sqrt{N/mm^2}$)

G_t = εφαπτομενικό φορτίο στον αρχικό κύκλο (N)

C_o = συντελεστής υπερφορτίσεως – όμοιος με συντελεστή K_a από υπολογισμό σε κάμψη ποδός

C_v = δυναμικός συντελεστής, όμοιος με συντελεστή K_v από υπολογισμό σε κάμψη ποδός

C_s = συντελεστής μεγέθους, παίρνει τιμές από 1-1,25

C_m = συντελεστής κατανομής φορτίου → από πίνακες

C_f = συντελεστής καταστάσεως της επιφανείας → από πίνακες

I = γεωμετρικός συντελεστής

F = πλάτος οδόντων (mm)

D_p = διάμετρος αρχικού κύκλου του πινιόν (mm)

Είναι γνωστό ότι: $z_p = \frac{D_p}{m}$

Η επιτρεπόμενη τάση λόγω πίεσης επιφανείας (ίδια στους συνεργαζόμενους οδόντες) είναι:

$$\sigma_{\varepsilon\pi} = \sigma_{ac} \frac{C_L C_H}{C_T C_R}$$

σ_{ac} = όριο διαρροής σε πίεση επιφανείας του υλικού των τροχών (N/mm^2)

C_L = συντελεστής διάρκειας ζωής → από πίνακες

C_H = συντελεστής λόγου σκληρότητας των υλικών → από πίνακες

C_T = συντελεστής θερμοκρασίας, όμοιος με τον συντελεστή K_T από υπολογισμό σε κάμψη ποδός

C_R = συντελεστής ασφαλείας → από πίνακες

Ο συντελεστής ελαστικότητας C_p υπολογίζεται μέσω της θεωρίας Hertz από τη σχέση:

$$C_p = \left[\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right) \right]^{-1/2}$$

ν_p, ν_g = οι λόγοι Poisson των οδοντωτών τροχών
 E_p, E_g = οι ελαστικότητες των υλικών των τροχών

Έλεγχος σε πίεση επιφανείας κατά AGMA

Η επιτρεπόμενη ισχύς που μπορεί να διακινήσει η βαθμίδα δίνεται από τη σχέση:

$$N_{\varepsilon\pi} = \frac{n_p F \pi}{60000} \frac{I C_v}{C_o C_s C_m C_f} \left[\frac{\sigma_{ac}}{C_p} \frac{C_L C_H}{C_T C_R} D_p \right]^2$$

Βιβλιογραφία:

1. Θεόδωρος Ν. Κωστόπουλος, Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών, Κεφάλαιο 19
 2. Χρήστος Α. Παπαδόπουλος, Στοιχεία Μηχανών, Κεφάλαιο 18.13
- «Οι συντελεστές που παρουσιάστηκαν μπορεί να διαφέρουν στον τρόπο ορισμού τους στις 2 βιβλιογραφικές αναφορές πάρα ταύτα είναι ισοδύναμες.»