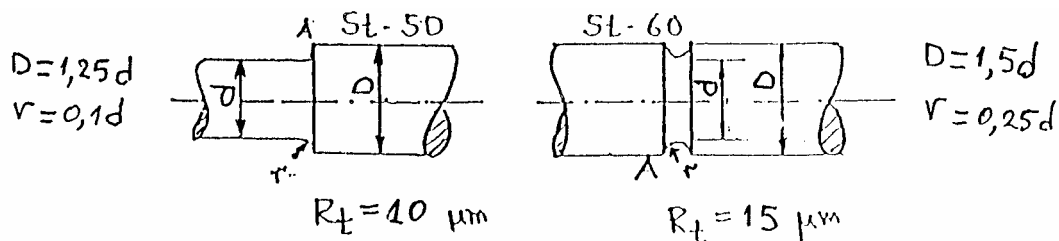


ΑΣΚΗΣΗ 2.6 Να προσδιοριστούν οι διάμετροι d και D των αξόνων του σχήματος 2.6 όταν οι διατομές τους Α καταπονούνται με:

- α) εναλλασσόμενη στρεπτική ροπή $\pm 50\text{Nm}$
 - β) κυμαινόμενη στρεπτική ροπή με μέγιστη τιμή 100 Nm
 - γ) στρεπτική ροπή που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών 50Nm και 150Nm
- Δίνονται: $S=1,5$ και $C_B=1,2$.



Σχήμα 2.6

ΛΥΣΗ

α) Αριστερή άτρακτος

α₁) Καταπόνηση με $M_t = \pm 50\text{Nm}$

$$i) \text{ Καταπόνηση: } \tau_{tw} = \frac{M_t}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{50.000}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{254.647,91}{d^3}$$

ii) Αντοχή διατομής

$$\tau_{twKN} = \frac{\tau_{tw10} \times b_0 \times b_{St} \times b_2}{\beta_{kt}}$$

- $\tau_{tw10} = 180\text{ N/mm}^2$
- $b_0 = ;$ (Άγνωστο το d)
- Για $R_t=10\mu\text{m}$ και $St50 \Rightarrow b_{sb}=0,92,$
οπότε $b_{St}=0,575 \cdot b_{sb}+0,425=0,954$
- $b_2= 1,0$ (κυκλική διατομή)
- Για $\frac{D}{d}=1,25$ και $\frac{\rho}{d}=0,1 \xrightarrow{\text{Σχ. 3.4.7.2/3}\beta} \beta_{kt} = 1,17$

Αν δεχθώ ότι $b_0 = 0,94$ (δηλ. $d = 20\text{mm}$) τότε

$$\tau_{tWkN} = \frac{180 \times 0,94 \times 0,954}{1,17} = 137,96 \text{ N/mm}^2$$

και

$$\tau_{tWεΠ} = 76,64 \text{ N/mm}^2$$

Πρέπει

$$\frac{254.647,91}{d^3} \leq 76,64 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$d^3 \geq 3322,38 \Rightarrow d \geq 14,92 \text{ mm}$$

$$\text{Έστω } d = 15 \text{ mm} \Rightarrow \tau_{tW} = 75,45 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{και } b_0 = 0,97 \Rightarrow \tau_{tWkN} = 142,36 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \tau_{tWεΠ} = 79,09 \text{ N/mm}^2$$

Άρα είναι

$$\tau_{tW} < \tau_{tWεΠ}$$

Παρατήρηση: Αν το τελικό $\tau_{tWεΠ}$ ήταν σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο τ_{tW} τότε θα έπρεπε να διορθώσουμε τη διάμετρο d (να πάρουμε δηλαδή μικρότερη d και βέβαια να την ελέγξουμε!!!)

$$d=15 \text{ mm,}$$

$$D=18,75 \text{ mm και}$$

$$r=1,5 \text{ mm}$$

α2) Καταπόνηση με $M_{tsch} = 100 \text{ Nm}$

$$\text{i) Καταπόνηση: } \tau_{tsch} = \frac{100.000}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{509295,82}{d^3}$$

ii) Αντοχή

- $\tau_{tSCH} = 210 \text{ N/mm}^2$
- $b_s = 0,954$
- $b_2 = 1,0$
- $\beta_{kt} = 1,17$

Αν δεχθώ $d = 20\text{mm} \Rightarrow b_0 = 0,94$ τότε

$$\tau_{\text{SCHKN}} = \frac{210 \times 0,94 \times 0,954}{1,17} = 160,96 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{SCHET}} = 89,42 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Πρέπει : } \frac{509295,82}{d^3} \leq 89,42 \Rightarrow d^3 \geq 5695,51 \Rightarrow d \geq 17,86 \text{ mm}$$

$$\text{Έστω } d = 18\text{mm} \Rightarrow \tau_{\text{tsch}} = 87,33 \text{ N/mm}^2$$

$$b_0 = 1 - 0,06 \cdot \frac{8}{10} = 0,952 \Rightarrow$$

$$\tau_{\text{SCHKN}} = 163,01 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \tau_{\text{SCHET}} = 90,56 \text{ N/mm}^2$$

Είναι

$$\tau_{\text{tsch}} < \tau_{\text{SCHET}}$$

άρα,

$$d = 18\text{mm},$$

$$D = 27\text{mm} \text{ και}$$

$$r = 4,5\text{mm}$$

α₃) Καταπόνηση με $M_t = 50 \div 150 \text{ Nm}$

$$\text{i) Καταπόνησεις: } \tau_{t0} = \frac{150.000}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{763943,73}{d^3}$$

$$\tau_{tu} = \frac{50.000}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}} = \frac{254647,91}{d^3}$$

$$\tau_{tm} = \frac{\tau_{t0} + \tau_{tu}}{2} = \frac{509.295,82}{d^3}$$

$$\tau_{ta} = \frac{\tau_{t0} - \tau_{tu}}{2} = \frac{254.647,91}{d^3}$$

ii) Αντοχή διατομής

$$\tau_{tAKN} = \frac{\tau_{tA10} \times b_0 \times b_s \times b_2}{\beta_{kt}}$$

- $\tau_{tA} = ;$ (Αγνωστη η τ_{tm})
- $b_s = 0,954$
- $b_2 = 1,0$
- $\beta_{kt} = 1,17$
- $b_0 = ;$

Έστω $d = 20\text{mm} \Rightarrow b_0 = 0,94 \Rightarrow \tau_{tm} = 63,66 \text{ N/mm}^2$ και $\tau_{ta} = 31,83 \text{ N/mm}^2$

Από SMITH για St50 και $\tau'_{tm} = C_B \times \tau_{tm} = 1,2 \times 63,66 = 76,4 \text{ N/mm}^2$

$\Rightarrow \tau_{t0} = 210 \Rightarrow \tau_{tA10} = 133,6 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$

$$\tau_{tAKN} = \frac{133,6 \times 0,94 \times 0,954}{1,17} = 102,40 \text{ N/mm}^2$$

και $\tau_{\epsilon\pi} = 56,9 \text{ N/mm}^2 \gg \tau_{ta} = 31,83$

Έστω ότι $\tau_{\epsilon\pi} = 56,9 \text{ N/mm}^2$ τότε πρέπει $\tau_{ta} = \frac{254.647,91}{d^3} \leq 56,9 \text{ N/mm}^2$

$\Rightarrow d^3 \geq 4475,36 \Rightarrow d \geq 16,50 \text{ mm}$.

Έστω $d = 18 \text{ mm} \Rightarrow \tau_{tm} = 87,32 \text{ N/mm}^2$

$\tau_{ta} = 43,66 \text{ N/mm}^2$

Από SMITH για $\tau'_{tm} = 1,2 \times 87,32 = 104,78 \Rightarrow \tau_{t0} = 210 \text{ N/mm}^2$

$\Rightarrow \tau_{tA10} = \tau_{t0} - \tau_{tm} = 105,22 \text{ N/mm}^2$ και

$$b_0 = 1 - 0,06 \cdot \frac{8}{10} = 0,952,$$

ΟΠΟΤΕ $\tau_{tAKN} = \frac{105,22 \times 0,952 \times 0,954}{1,17} = 81,68 \text{ N/mm}^2$

και $\tau_{\epsilon\pi} = 45,37 \text{ N/mm}^2 > \tau_{ta} = 43,66 \text{ N/mm}^2$

Άρα, $d = 18 \text{ mm}$, $D = 22,5 \text{ mm}$ και $r = 1,8 \text{ mm}$

β) Δεξιά άτρακτος

β₁) Καταπόνηση εναλλασσόμενη $\pm 50 \text{ Nm}$

i) Τάση: $\tau_{tW} = \frac{254.647,91}{d^3} \text{ N/mm}^2$

ii) Αντοχή διατομής

- $\tau_{tW10} = 210 \text{ N/mm}^2$
- $b_0 = ;$
- $b_2 = 1,0$
- Για $R_t = 15 \mu\text{m}$ και $St60 \Rightarrow b_{sb} = 0,87$
 $\Rightarrow b_{st} = 0,575 \times 0,87 + 0,425 = 0,925$
- Για $\frac{d}{D} = 0,667 \xrightarrow{\text{Πιν. 3.4.7.1/1}} \Rightarrow B_t = 0,2349, A_t = 1,070, C_t = 0,940$
 $\Rightarrow \alpha_{kt} = 1,319 \Rightarrow \beta_{kt} = 1,25$

Έστω $d = 20 \text{ mm} \Rightarrow b_0 = 0,94 \Rightarrow$

$$\tau_{tWKN} = \frac{210 \times 0,94 \times 0,925}{1,25} = 146,07 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \tau_{tW\epsilon\pi} = 81,15 \text{ N/mm}^2$$

Πρέπει $\frac{254.647,91}{d^3} \leq 81,15 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow d^3 \geq 3137,86 \Rightarrow d \geq 14,64 \text{ mm}$

Έστω $d = 15 \text{ mm} \Rightarrow \tau_{tW} = 75,45 \text{ N/mm}^2$

και $b_0 = 0,97 \Rightarrow \tau_{tWKN} = 150,73 \text{ N/mm}^2$

$$\Rightarrow \tau_{tW\epsilon\pi} = 83,73 \text{ N/mm}^2 > \tau_{tW} = 75,45 \text{ N/mm}^2$$

Άρα $d = 15 \text{ mm}, \quad D = 22,5 \text{ mm}$ και $r = 3,75 \text{ mm}$

β₂) Καταπόνηση κυμαινόμενη

i) Τάση: $\tau_{tsch} = \frac{509295,82}{d^3}$

ii) Αντοχή

- $\tau_{tSCH10} = 230 \text{ N/mm}^2$
- $b_{st}=0,925$
- $b_2= 1,0$
- $\beta_{kt} = 1,25$

Αν δεχθώ $d = 20\text{mm} \Rightarrow b_0 = 0,94 \Rightarrow$

$$\tau_{tSCHKN} = \frac{230 \times 0,94 \times 0,925}{1,25} = 159,99 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \tau_{tSCH\epsilon\pi\tau} = 88,88 \text{ N/mm}^2$$

Πρέπει

$$\frac{509295,82}{d^3} \leq 88,88 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$d^3 \geq 5730,0 \Rightarrow d \geq 17,9 \text{ mm}$$

Έστω $d= 18\text{mm}$

$$\tau_{tsch} = 87,33 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\epsilon\pi\tau}$$

Αρα, $d=18\text{mm}$, $D=27\text{mm}$ και $r=4,5\text{mm}$

β₃) Καταπόνηση με $M_t = 50 \div 150 \text{ Nm}$

i) Καταπονήσεις:

$$\tau_{t0} = \frac{763943,73}{d^3}$$

$$\tau_{tu} = \frac{254.647,91}{d^3}$$

$$\tau_{tM} = \frac{509295,82}{d^3} = 2 \cdot \tau_{tu}$$

ii) Αντοχή διατομής

$$\tau_{tAKN} = \frac{\tau_{tA10} \times b_0 \times b_S \times b_2}{\beta_{kt}}$$

- $\tau_{tA10} = ;$

- $b_{st}=0,925$
- $\beta_{kt} = 1,50$
- $b_2= 1,0$

Έστω $d=20\text{mm} \Rightarrow b_0=0,94 \Rightarrow \tau_{tM}= 2 \cdot \tau_{\tau\alpha} = 63,66 \text{ N/mm}^2$,

Από SMITH για St60, στρέψη και $\tau'_{tM}=C_B \times \tau_{tM} = 1,2 \times 63,66 = 76,4\text{N/mm}^2 \Rightarrow \tau_{t0} = 230 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \tau_{tA10} = 153,60 \text{ N/mm}^2$

$$\text{και } \tau_{tAKN} = \frac{153,60 \times 0,94 \times 0,925}{1,25} = 106,84 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$\tau_{t\epsilon\pi} = 59,36 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Άρα } \tau_{\tau\alpha} = \frac{\tau_{tM}}{2} = 31,88 \text{ N/mm}^2 \ll \tau_{t\epsilon\pi} .$$

Επομένως $d < 20 \text{ mm}$

$$\text{Πρέπει } \frac{254.647,91}{d^3} \leq 59,36 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow d \geq 16,25 \text{ mm}$$

Έστω $d=17\text{mm} \Rightarrow b_0 = 0,958$

$$\tau_{tM} = 103,66 \text{ N/mm}^2, \tau_{\tau\alpha} = 51,83 \text{ N/mm}^2$$

Από SMITH για $\tau'_{tM} = 1,2 \times 103,66 = 124,4 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$

$$\tau_{t0} = 230 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \tau_{tA10} = 105,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \tau_{tAKN} = \frac{105,60 \times 0,958 \times 0,925}{1,25} = 74,86 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \tau_{t\epsilon\pi} = 41,60 \text{ N/mm}^2 < \tau_{\tau\alpha}$$

Άρα, $d=18\text{mm} \Rightarrow b_0= 0,952$

$$\Rightarrow \tau_{tM} = 87,32 \text{ N/mm}^2, \tau_{\tau\alpha} = 43,66 \text{ N/mm}^2$$

Από SMITH $\tau_{tA10} = 230 - 104,78 = 125,22 \text{ N/mm}^2$

$$\Rightarrow \tau_{tAKN} = 88,21 \text{ N/mm}^2 \text{ και } \tau_{t\epsilon\pi} = 49,00 \text{ N/mm}^2 > \tau_{\tau\alpha}$$

Επομένως

$$d=18\text{mm}, \quad D=27\text{mm}, \quad r=4,5\text{mm}$$